

Esquema de calificación

Noviembre de 2025

Matemáticas: Análisis y Enfoques

Nivel Medio

Prueba 1

© International Baccalaureate Organization 2025

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2025

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2025

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Instrucciones para los examinadores

Abreviaturas

- M** Puntos concedidos por tratar de utilizar un **Método** correcto.
- A** Puntos concedidos por una **Respuesta** (en inglés, *Answer*) o por **Precisión** (en inglés, *Accuracy*); a menudo dependen de los puntos **M** precedentes.
- R** Puntos concedidos por un **Razonamiento** claro.
- AG** Respuesta dada (del inglés *Answer Given*) en la propia pregunta, por lo que no se concede ningún punto.
- FT** Arrastre de error (del inglés *Follow Through*). La práctica de conceder puntos, a pesar de que el alumno haya cometido errores en apartados anteriores, por **sus** métodos/respuestas correctos a partir de resultados incorrectos.

Uso del esquema de calificación

1 General

Conceda los puntos utilizando las anotaciones como se indica en el esquema de calificación p. ej., **M1**, **A2**.

2 Puntuación por método y por respuesta/precisión

- **No** conceda automáticamente la puntuación máxima cuando la respuesta sea correcta; se **debe** comprobar todo el procedimiento (el desarrollo del ejercicio) y puntuar la pregunta conforme al esquema de calificación.
- Por lo general, no se puede conceder **M0** seguido de **A1**, puesto que los puntos **A** dependen de los puntos **M** precedentes (si los hay).
- Cuando se indica en la misma línea una puntuación **M** y otra **A** (p. ej., **M1A1**), esto normalmente significa que se conceda **M1** por **intentar** utilizar un método adecuado (p. ej., sustituir en una fórmula) y **A1** por utilizar los valores **correctos**.
- Cuando aparecen dos o más puntuaciones **A** en la misma línea es porque cada una se puede conceder de manera independiente; así pues, si el primer valor es incorrecto pero los dos siguientes son correctos, se ha de conceder **A0A1A1**. Si las puntuaciones **A1** aparecen en líneas separadas, se asume que dependen una de la otra y, por lo tanto, es poco probable que se otorgue **A0A1**. Sin embargo, cuando dichas puntuaciones sean independientes (por ej, el esquema de calificación las presenta en secuencia, pero en la solución, una no conduce directamente a la otra) esto se ha de comunicar a través de una nota y, por lo tanto, puede otorgarse **A0A1** (por ejemplo).
- Allí donde el esquema de calificación especifique **A3**, **M2**, etc., **no** subdivida las puntuaciones a menos que haya una nota al respecto.
- En la respuesta a una pregunta del tipo “mostrar que” no es necesario volver a escribir la línea **AG**, a no ser que una **Nota** lo indique de manera explícita en el esquema de calificación.
- Una vez que vea en la hoja la respuesta correcta a una pregunta o a un apartado de una pregunta, ignore cualquier desarrollo adicional, incluso si es incorrecto o sugiere que el alumno no ha comprendido bien la pregunta. Esto fomenta un enfoque uniforme para la corrección, menos dependiente del criterio del examinador. Aunque algunos alumnos puedan verse beneficiados en ese elemento concreto de la pregunta, es probable que estos alumnos también pierdan puntos en otros lugares.

- Una excepción a la regla anterior ocurre cuando una respuesta incorrecta del desarrollo adicional se utiliza **en un apartado posterior**. Por ejemplo, cuando un valor exacto correcto viene seguido de una aproximación decimal incorrecta en el primer apartado y, a continuación, se utiliza esta aproximación en el segundo apartado. En esta situación, conceda los puntos **FT** que corresponda, pero no conceda el **A1** final en el primer apartado. Ejemplos:

	Respuesta correcta incluida	Desarrollo adicional incluido	¿Alguna cuestión relacionada con la puntuación FT?	Acción
1.	$8\sqrt{2}$	5,65685... (valor decimal incorrecto)	No. Último apartado de la pregunta.	Conceda A1 en la puntuación final (no penalice el desarrollo adicional incorrecto).
2.	$\frac{35}{72}$	0,468111... (valor decimal incorrecto)	Sí. El valor se utiliza en apartados posteriores.	Conceda A0 en la puntuación final (y pueden otorgarse todos los puntos FT en los apartados posteriores).

3 Puntuaciones implícitas

Las puntuaciones implícitas se muestran entre **paréntesis; p. ej., (M1)**. Solo se pueden conceder si el alumno ha incluido el procedimiento **correcto** o si dicho procedimiento ha quedado implícito en otro desarrollo/respuesta posterior.

4 Puntuaciones de arrastre de error (solo se aplican después de haberse cometido un error)

Las puntuaciones de arrastre de error (**FT**) se conceden cuando una respuesta incorrecta dada en un **apartado** de una pregunta se utiliza correctamente en los apartados **posteriores** (p. ej., un valor incorrecto del apartado (a) se utiliza en el apartado (d), o un valor incorrecto del subapartado (c)(i) se utiliza en el subapartado (c)(ii)). Por lo general, para poder conceder puntos **FT**, el alumno **tiene que haber incluido el desarrollo del ejercicio** (no tan solo una respuesta final basada en la respuesta incorrecta dada en un apartado anterior). Sin embargo, si todos los puntos que tiene asignados un apartado posterior corresponden a la respuesta o son implícitos, entonces se deben conceder puntos **FT** por su respuesta correcta incluso si no ha incluido el desarrollo.

Por ejemplo: tras una respuesta incorrecta al apartado (a) que se utiliza en apartados posteriores, cuando el esquema de calificación indique **(M1)A1** en el apartado posterior, es posible conceder la puntuación máxima por su respuesta correcta **sin que haya incluido ningún desarrollo**. Para preguntas más largas donde todas las puntuaciones son implícitas salvo los puntos de respuesta, esta regla es aplicable pero puede invalidarse mediante una **Nota** en el esquema de calificación.

- Dentro de un apartado dado, una vez que se ha cometido un **error** ya no se pueden conceder más puntos **A** en otras partes del desarrollo que hagan uso de ese error. Sin embargo, sí que se pueden conceder puntos **M** si procede.
- Si la pregunta resulta mucho más sencilla debido a un error, utilice su propio criterio para conceder menos puntos **FT**, reflexionando sobre a qué corresponde cada puntuación y cómo se traslada eso a la versión simplificada.
- Si el error conduce a un resultado inadecuado (p. ej., una probabilidad mayor que 1, $\sin \theta = 1,5$, un valor no entero allí donde hay que dar uno entero), no conceda el/los puntos correspondientes a las respuestas finales.

- Es posible que en el esquema de calificación se utilice la palabra “su(s)” en una descripción; con esto se quiere indicar que los alumnos quizá estén empleando un valor incorrecto.
- Si la respuesta del alumno a la pregunta inicial contradice claramente la información proporcionada en el enunciado de la pregunta, no es apropiado conceder ningún punto **FT** en los apartados posteriores. Esto incluye cuando los alumnos no logran completar correctamente una pregunta del tipo “mostrar que” y, en los siguientes apartados, utilizan su respuesta incorrecta en vez del valor proporcionado en el enunciado.
- Las excepciones a estas reglas de **FT** se indicarán de manera explícita en el esquema de calificación.
- Si un alumno comete un error en un apartado pero obtiene las respuestas correctas en los apartados posteriores, conceda puntos según corresponda, a no ser que el término de instrucción fuera “A partir de lo anterior”.

5 Errores de lectura

Si un alumno comete un error al copiar en su hoja los valores o datos de la pregunta, esto se considera un “error de lectura” (**MR**, del inglés *MisRead*). A un alumno solo se le puede penalizar una vez por un error de lectura dado. Utilice el sello **MR** para indicar que se ha producido un error de lectura y no conceda el primer punto, aunque se trate de un punto **M**, pero conceda todos los demás según corresponda.

- Si la pregunta resulta mucho más sencilla debido al error de lectura (**MR**), utilice su propio criterio para conceder menos puntos.
- Si el **MR** conduce a un resultado inadecuado (p. ej., una probabilidad mayor que 1, $\sin \theta = 1,5$, un valor no entero allí donde hay que dar uno entero), no conceda el/los puntos correspondientes a las respuestas finales.
- Si el alumno comete un error al copiar su propio trabajo, eso **no** es un error de lectura, sino un error ordinario.
- Si el alumno utiliza una respuesta correcta a una pregunta del tipo “mostrar que” con un grado de precisión mayor del que se proporciona en el enunciado, eso **NO** es un error de lectura y se puede obtener la puntuación máxima en el apartado posterior.
- Los errores de lectura (**MR**) solo se pueden aplicar cuando el alumno haya incluido el desarrollo del ejercicio. En aquellas preguntas de calculadora donde no esté incluido el procedimiento y se haya dado una respuesta incorrecta, los examinadores **no** deben inferir que el alumno ha leído/copiado mal los valores de la calculadora.

6 Métodos alternativos

En ocasiones, los alumnos utilizan métodos distintos de los que aparecen en el esquema de calificación. A menos que en la pregunta se especifique qué método se ha de utilizar, el uso de métodos alternativos correctos no se ha de penalizar, sino que se ha de puntuar conforme a lo que indica el esquema de calificación. Si el término de instrucción es “A partir de lo anterior” y no “A partir de lo anterior o de cualquier otro modo”, entonces no se permiten métodos alternativos a no ser que se indique mediante una nota en el esquema de calificación.

- Cuando se incluyen varios métodos alternativos para toda una pregunta, aparecen señalados mediante los encabezamientos **MÉTODO 1**, **MÉTODO 2**, etc.
- Las soluciones alternativas para un apartado dado de una pregunta se indican mediante el encabezamiento **O BIEN... O BIEN**.

7 Formas alternativas

A menos que en la pregunta se especifique lo contrario, **acepte** formas equivalentes.

- Dado que se trata de un examen internacional, acepte todas las formas alternativas de **notación**, por ejemplo 1.9 y 1,9; o 1000, 1,000 y 1.000.
- No acepte respuestas finales escritas con notación de calculadora. Sin embargo, se pueden obtener puntos **M** y puntos **A** intermedios en los que la información se haya presentado utilizando notación de calculadora, siempre que la evidencia refleje claramente el requisito para conceder la puntuación.
- En el esquema de calificación, las formas **numéricas** y **algebraicas** equivalentes suelen aparecer escritas entre paréntesis, justo a continuación de la respuesta.
- En el esquema de calificación, algunas respuestas **equivalentes** suelen aparecer escritas entre paréntesis. En el esquema de calificación no se presentan todas las notaciones/respuestas/métodos equivalentes, y se pide a los examinadores que apliquen su criterio de forma apropiada para evaluar si el trabajo del alumno es equivalente.

8 Formato y precisión de las respuestas

Cuando el grado de precisión se especifique en el enunciado de la pregunta, uno de los puntos se concederá por dar la respuesta con la precisión requerida. Si el grado de precisión no se indica en la pregunta, deben aplicarse las siguientes reglas: *todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas*.

Cuando se utilicen los valores en apartados posteriores, el esquema de calificación generalmente empleará el valor exacto, si bien los alumnos también pueden usar la respuesta correcta con 3 cifras significativas en los apartados posteriores. El esquema de calificación con frecuencia indicará los valores posteriores que resulten “*de utilizar valores con 3 cifras significativas*”.

Simplificación de las respuestas finales: Se aconseja a los alumnos que den las respuestas finales utilizando una forma matemática adecuada. En general, para conceder una puntuación **A**, se debe completar la aritmética y simplificar cualquier valor que conduzca a un número entero; por

ejemplo, $\sqrt{\frac{25}{4}}$ debe escribirse como $\frac{5}{2}$. Una excepción a lo anterior es la simplificación de

fracciones, donde no se requiere la forma más sencilla (si bien el numerador y el denominador deben ser números enteros); por ejemplo, $\frac{10}{4}$ se puede dejar así o escribirla como $\frac{5}{2}$. Sin

embargo, $\frac{10}{5}$ se debe escribir como 2, dado que se simplifica para dar un número entero.

Las expresiones algebraicas se deben simplificar realizando cualquier operación como la adición y la multiplicación; p. ej., $4e^{2x} \times e^{3x}$ se debe simplificar a $4e^{5x}$, y $4e^{2x} \times e^{3x} - e^{4x} \times e^x$ se debe simplificar a $3e^{5x}$. A no ser que se especifique en la pregunta, no es necesario factorizar las expresiones ni tampoco desarrollar las expresiones factorizadas, de modo que $x(x+1)$ y $x^2 + x$ son ambas aceptables.

Tenga presente: para obtener los puntos **A** intermedios NO es necesario simplificar las respuestas.

9 Calculadoras

No se permite el uso de calculadoras. El uso de cualquier tipo de calculadora durante esta prueba se considera conducta impropia y, como consecuencia de ello, no se le concederá al alumno ninguna calificación final. Si se topa con un ejercicio que sugiera que el alumno ha utilizado algún tipo de calculadora, siga los procedimientos establecidos para abordar la conducta impropia

10. Presentación del trabajo del alumno

Procedimiento tachado: Si el alumno (en las hojas que contienen sus respuestas) ha trazado una línea cubriendo parte del procedimiento, o ha tachado de algún otro modo parte del procedimiento, no conceda ningún punto por esa parte del procedimiento, a no ser que haya una nota del alumno que indique explícitamente que quiere que se corrija esa parte del procedimiento.

Más de una solución: Cuando un alumno ofrezca dos o más respuestas distintas a una misma pregunta, el examinador solo debe puntuar la primera respuesta, a no ser que el alumno haya indicado lo contrario. Si la presentación de las respuestas hace que resulte difícil juzgar cuál es “la primera”, los examinadores deben aplicar su criterio de manera apropiada para determinarlo.

Sección A

1. (a) por darse cuenta de que la suma de las probabilidades = 1 (M1)
 $0,2 + 0,3 + k + 0,1 = 1$
 $k = 0,4$ A1
[2 puntos]

- (b) por darse cuenta de que $P(X > 1,5) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$ O BIEN (M1)
 $1 - P(X = 1)$
 $0,3 + 0,4 + 0,1$ O BIEN $1 - 0,2$
 $= 0,8$ A1

Nota: Conceda (M1)A1FT solo si $0 < k < 1$ y su '0,8' es < 1 .

[2 puntos]

- (c) por tratar de sustituir valores en la fórmula de $E(X)$ (M1)
 $= (1 \times 0,2) + (2 \times 0,3) + 3k + (4 \times 0,1)$
 $= 2,4$ A1

Nota: Conceda (M1)A1FT solo si $0 < k < 1$.

[2 puntos]

Total [6 puntos]

2. por darse cuenta de que había que integrar $4 \cos x - \sin x$

(M1)

$$\int 4 \cos x - \sin x \, dx \quad (\text{permítala la falta } dx)$$

$$= 4 \sin x + \cos x (+c)$$

A1A1

por sustituir $x = \pi$ y $y = 3$ en su expresión integrada que contiene '+c' :

(M1)

$$3 = 0 - 1 + c \quad \text{O BIEN} \quad c = 4$$

$$(y =) 4 \sin x + \cos x + 4$$

A1

Nota: No conceda puntos a los candidatos que diferencien en lugar de integrar (obteniendo $-4 \sin x - \cos x$).

[5 puntos]

3.

MÉTODO 1

por tratar de utilizar $u_n = u_1 + (n - 1)d$ (M1)

$$u_1 + 6d = 6 \quad (A1)$$

$$u_1 + 5d + u_1 + 11d = 24 \quad (A1)$$

$$2u_1 + 16d = 24 \quad (u_1 + 8d = 12)$$

por tratar de resolver sus ecuaciones simultáneas (M1)

$$u_1 = -12 \text{ y } d = 3 \quad A1$$

MÉTODO 2

por tratar de expresar u_6 y u_{12} en función del 7.º término y de d (M1)

$$u_6 = 6 - d \quad (A1)$$

$$u_{12} = 6 + 5d \quad (A1)$$

por plantear que su suma de u_6 y u_{12} es igual a 24 (M1)

$$12 + 4d = 24$$

$$d = 3 \text{ y } u_1 = -12 \quad A1$$

[5 puntos]

4. (a) por tratar de utilizar $P(A \cap B) = P(A|B)P(B) \left(= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \right)$ (M1)
 $= \frac{1}{12}$ (A1)

[2 puntos]

(b) $P(B') = \frac{2}{3}$ O BIEN $P(A \cap B') = \frac{5}{12}$ (A1)

por tratar de utilizar $P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')}$ (M1)

$$= \frac{\binom{5}{12}}{\binom{2}{3}} \quad (A1)$$

$$= \frac{5}{8} \left(= \frac{15}{24} \right) \quad (A1)$$

[4 puntos]

Total [6 puntos]

5. (a) por sustituir $P(-10,1)$ o $Q(3,-12)$ en $y = \frac{Ax+B}{x-4}$ (M1)

$$-14 = -10A + B \text{ (o equivalente)}$$

$$12 = 3A + B \text{ (o equivalente)}$$

por tratar de resolver sus ecuaciones simultáneas (M1)

$$A = 2, B = 6$$

A1
[3 puntos]

(b) **O BIEN**

por tratar de expresar y en la forma $P + \frac{Q}{x-4}$ (M1)

O BIEN

por tratar de hallar una o ambas asíntotas usando $x - 4 = 0$ o $y = \frac{a}{c}$ (dividiendo los coeficientes) (M1)

ENTONCES

reconocer la asíntota vertical en $x = 4$ (se puede ver en cualquier lugar, incluso etiquetada en la gráfica o en parte (a)) O BIEN desplazamiento horizontal de 4 unidades a la derecha **A1**

reconocer la asíntota horizontal en $y = 2$ (se puede ver en cualquier lugar, incluso etiquetada en la gráfica o en parte (a)) O BIEN desplazamiento vertical de 2 unidades hacia arriba **A1**

$$\frac{2x+6}{x-4} = 2 + \frac{14}{x-4} \quad \text{(A1)}$$

O BIEN

una traslación horizontal de 4 unidades a la derecha;
un estiramiento vertical de razón 14 y luego una traslación vertical de 2 unidades hacia arriba. **A1**

Nota: La traslación horizontal puede aparecer en cualquier lugar; las transformaciones verticales (eje y) deben aparecer en el orden en que se mencionan en la descripción anterior.

O BIEN

un estiramiento vertical de razón 14 y luego una traslación (a través de / mediante) $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

A1

Nota: En esta pregunta, las transformaciones se pueden describir usando términos como *traslación* o *desplazamiento*, y *dilatación* o *estiramiento*. No se acepta el término "mover" para describir una transformación.

[5 puntos]
Total [8 puntos]

6.

Nota: Los candidatos pueden abordar este problema de diferentes maneras y seguir los pasos en distintos órdenes. Las puntuaciones **M** son independientes y pueden concederse en cualquier orden. Utilice la descripción de cada puntuación para determinar cuándo se puede conceder.

$$3\log_8 10x - \log_4 x = 1$$

por tratar de aplicar la regla de la potencia, la regla del cociente o la regla del producto (se puede ver en cualquier lugar)

(M1)

por tratar de aplicar la regla del cambio de base (se puede ver en cualquier lugar)

(M1)

ecuación correcta con la misma base en todos los logaritmos

A1

$$\log_2 10x - \log_2 x^{\frac{1}{2}} = 1 \quad \text{O BIEN} \quad \log_2 10 + \log_2 x - \frac{1}{2}\log_2 x = 1 \quad \text{O BIEN}$$

$$\frac{\log_4 (10x)^3}{\log_4 8} - \log_4 x = 1 \quad (\text{o equivalente})$$

ecuación correcta sin logaritmos

A1

$$10\sqrt{x} = 2 \quad \text{O BIEN} \quad \sqrt{x} = \frac{2}{10} \left(= \frac{1}{5} \right) \quad (\text{o equivalente})$$

$$x = \frac{1}{25}$$

A1
[5 puntos]

Sección B

7. (a) **MÉTODO 1** (teorema del coseno)

por tratar de utilizar el teorema del coseno

(M1)

$$PQ^2 = 2^2 + 3^2 - 2(2)(3)\cos 60^\circ \text{ O BIEN } \cos 60^\circ = \frac{2^2 + 3^2 - PQ^2}{2(2)(3)}$$

(A1)

$$= 7$$

$$PQ = \sqrt{7}$$

A1

MÉTODO 2 (dibujar la altura desde Q perpendicular a PR para crear dos triángulos)

por tratar de hallar la longitud del segmento de altitud ($= \sqrt{3}$)

(M1)

$$PQ^2 = 2^2 + (\sqrt{3})^2$$

(A1)

$$= 7$$

$$PQ = \sqrt{7}$$

A1

[3 puntos]

(b) por tratar de utilizar el teorema del coseno

(M1)

$$AB^2 = (x+2)^2 + (3x-1)^2 - 2(x+2)(3x-1)\cos 60^\circ \text{ O BIEN}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{(x+2)^2 + (3x-1)^2 - AB^2}{2(x+2)(3x-1)}$$

(A1)

$$(AB^2 =)(x^2 + 4x + 4) + (9x^2 - 6x + 1) - (3x^2 + 5x - 2)$$

A1A1

Nota: Las expansiones correctas pueden verse en cualquier parte del trabajo del candidato.

Conceda **A1** por el $(x^2 + 4x + 4)$ Y el $(9x^2 - 6x + 1)$

Conceda **A1** por el $-2(x+2)(3x-1)\left(\frac{1}{2}\right)$ O BIEN el $-(3x^2 + 5x - 2)$

$$(AB^2 =) 7x^2 - 7x + 7$$

A1

$$(AB =) \sqrt{7x^2 - 7x + 7}$$

AG

[5 puntos]

Continúa en la pág. siguiente...

Continuación de la Pregunta 7

(c) (i) $\sqrt{7x^2 - 7x + 7} = 7$

$7x^2 - 7x + 7 = 49$ O BIEN $x^2 - x - 6 = 0$ (o equivalente) (A1)

intento válido de resolver su ecuación de segundo grado (M1)

$x = 3$ A1

Nota: Conceda **A0** si ha incluido en la respuesta final $x = -2$.

(ii) por tratar de utilizar $A = \frac{1}{2}(x+2)(3x-1)\sin 60$ con su valor de x (M1)

$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 \cdot \sin 60$ O BIEN $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ (o equivalente) (A1)

$= 10\sqrt{3}$ A1

Nota: No conceda el **FT** cuando $x \leq \frac{1}{3}$.

[6 puntos]

Total [14 puntos]

8. (a)

Nota: En esta pregunta, las puntuaciones son independientes y pueden concederse en cualquier orden.

- por hallar el discriminante correcto $k^2 - 26$ **A1**
- po darse cuenta que discriminante $(b^2 - 4ac) < 0$ **M1**
- $(b^2 - 4ac) < 0$ O BIEN $k^2 - 26 < 0$ O BIEN $k^2 < 26$
- (dado que $k \in \mathbb{Z}^+$) $k = 5$ **AG**
- [2 puntos]**
- (b) (i) $x = -5$ (debe ser una ecuacion) **A1**
- (ii) por tratar de sustituir su valor de x (del eje de simetría) en $\frac{1}{2}x^2 + 5x + 13$
- O BIEN por tratar de completar el cuadrado **(M1)**
- $(y =) \frac{1}{2}(-5)^2 + 5(-5) + 13 \left(= \frac{1}{2} \right)$ O BIEN $(y =) \frac{1}{2}(x+5)^2 + \frac{1}{2}$
- $\left(-5, \frac{1}{2} \right)$ **A1**
- [3 puntos]**
- (c) para $x = -3$, $y = \frac{5}{2}$ (se puede ver en cualquier lugar) **A1**
- $\frac{dy}{dx} = x + 5$ **A1**
- Para $x = -3$, $\frac{dy}{dx} = 2$ **A1**
- la pendiente de la normal es el recíproco negativo de su $\frac{dy}{dx}$ en $x = -3$. **(M1)**
- la pendiente de la normal $= -\frac{1}{2}$
- $y - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}(x + 3)$ O BIEN $\frac{5}{2} = -\frac{1}{2}(-3) + c \Rightarrow c = 1$ **A1**
- $y = -\frac{1}{2}x + 1$ **AG**
- [5 puntos]**

Continúa en la pág. siguiente...

Continuación de la Pregunta 8

- (d) por tratar de describir el área de la región sombreada como la diferencia de dos integrales o de una integral y el área de un trapecio

(M1)

$$(A =) \int_{-3}^0 \left(\frac{1}{2}x^2 + 5x + 13 \right) dx - \int_{-3}^0 \left(-\frac{1}{2}x + 1 \right) dx \quad \text{O BIEN} \quad \int_{-3}^0 \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{2}x + 12 \right) dx$$

$$\text{O BIEN} \quad \int_{-3}^0 \left(\frac{1}{2}x^2 + 5x + 13 \right) dx - \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + 1 \right) 3$$

integración correcta

A2

$$\left[\frac{x^3}{6} + \frac{5x^2}{2} + 13x \right]_{-3}^0 - \left[-\frac{x^2}{4} + x \right]_{-3}^0 \quad \text{O BIEN} \quad \left[\frac{x^3}{6} + \frac{11x^2}{4} + 12x \right]_{-3}^0 \quad \text{O BIEN}$$

$$\left[\frac{x^3}{6} + \frac{5x^2}{2} + 13x \right]_{-3}^0 - \frac{21}{4}$$

Nota: Si no es completamente correcto, conceda **A1** por al menos dos términos integrados correctamente.

por sustituir (0 y) -3 en su expresión integrada y restar

(M1)

$$0 - \left(\frac{(-3)^3}{6} + \frac{11(-3)^2}{4} + 12(-3) \right) \quad \text{O BIEN} \quad 0 - \left(\frac{(-3)^3}{6} + \frac{5(-3)^2}{2} + 13(-3) \right) - \frac{21}{4}$$

(o equivalente)

$$= \frac{63}{4}$$

A1

[5 puntos]
Total [15 puntos]

9. (a)

(i) por sustituir $x = 0$ en $f(x) = \frac{5e^x - e^{2x}}{e^x + 1}$ (M1)

(0,2) A1

Nota: Conceda **A1** si da por respuesta $x = 0, y = 2$.
Conceda **A0** si solo da por respuesta 2 o $y = 2$.

(ii) por tratar de hallar la raíz de (M1)

$$\frac{5e^x - e^{2x}}{e^x + 1} = 0 \quad \text{O BIEN} \quad 5e^x - e^{2x} = 0 \quad \text{O BIEN} \quad 5e^x = e^{2x}$$

O BIEN

por tratar de descomponer en factores $5e^x - e^{2x} = 0$ o de dividirlo entre e^x (M1)

$$e^x(5 - e^x) = 0 \quad \text{O BIEN} \quad 5 - e^x = 0 \quad (\text{dado que } e^x \neq 0)$$

$e^x = 5$ O BIEN $x = \ln 5$ A1

O BIEN

por aplicar \ln a ambos miembros de $5e^x = e^{2x}$ (M1)

$$\ln(5e^x) = \ln e^{2x}$$

$\ln 5 + x = 2x$ O BIEN $x = \ln 5$ A1

ENTONCES

($\ln 5, 0$) A1

Nota: Conceda **A1** si responde $x = \ln 5, y = 0$.
Conceda **A0** si solo incluye en su respuesta $\ln 5$ o $x = \ln 5$.

[6 puntos]

(b) $f(x) \leq 7 - 2\sqrt{6}$ O BIEN $y \leq 7 - 2\sqrt{6}$ O BIEN $(-\infty, 7 - 2\sqrt{6}]$ (o equivalente) A1

[1 punto]

Continúa en la pág. siguiente...

Continuación de la Pregunta 9

(c) **O BIEN**

por tratar de utilizar la regla del cociente con $u = 5e^x - e^{2x}$ y $v = e^x + 1$ **(M1)**

$$f'(x) = \frac{(e^x + 1)(5e^x - 2e^{2x}) - e^x(5e^x - e^{2x})}{(e^x + 1)^2} \quad \mathbf{A1}$$

$$f'(x) = \frac{5e^{2x} - 2e^{3x} + 5e^x - 2e^{2x} - 5e^{2x} + e^{3x}}{(e^x + 1)^2} \quad \mathbf{A1}$$

O BIEN

por tratar de utilizar la regla del producto con $u = 5e^x - e^{2x}$ y $v = (e^x + 1)^{-1}$ **(M1)**

$$f'(x) = (5e^x - e^{2x}) \times -e^x \times (e^x + 1)^{-2} + (e^x + 1)^{-1} (5e^x - 2e^{2x}) \quad \mathbf{A1}$$

$$f'(x) = \frac{-5e^{2x} + e^{3x} + 5e^{2x} - 2e^{3x} + 5e^x - 2e^{2x}}{(e^x + 1)^2} \quad \mathbf{A1}$$

ENTONCES

$$f'(x) = \frac{-e^{3x} - 2e^{2x} + 5e^x}{(e^x + 1)^2}$$

AG

[3 puntos]

Continúa en la pág. siguiente...

Continuación de la Pregunta 9

(d) por plantear $f'(x) = 0$ (dado que Q es un máximo) **(M1)**

$$-e^{3x} - 2e^{2x} + 5e^x = 0$$

por tratar de descomponer en factores usando e^x como factor común o de dividir todo entre e^x

(M1)

$$e^{2x} + 2e^x - 5 = 0$$

A1

por tratar de resolver su ecuación de segundo grado

(M1)

$$e^x = \frac{-2 \pm \sqrt{24}}{2} \text{ OR } e^x = -1 \pm \sqrt{6} \text{ (or equivalent)}$$

A1

(Rechace $e^x = -1 - \sqrt{6}$ dado que $e^x > 0$ para todos los valores de x) $\Rightarrow e^x = -1 + \sqrt{6}$

A1

$$(q =) \ln(\sqrt{6} - 1)$$

AG

[6 puntos]

Total [16 puntos]
